EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….017

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine aria unui pătrat cu perimetrul egal cu 8.

(4p) **b)** Să se determine lungimea înălțimii unui triunghi echilateral având latura de lungime 4.

(4p) **c)** Se consideră triunghiul ABC cu $m(\hat{A})=90°$, $AB=6$ și $AC=10$. Să se calculeze $\operatorname{tg} B$.

(4p) **d)** Să se determine numărul real a, astfel încât punctul $A(2,a)$ să aparțină dreptei de ecuație $x+y+1=0$.

(2p) **e)** Să se scrie coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(1,2)$ și $B(3.4)$.

(2p) **f)** Dacă $\sin x=\dfrac{3}{4}$, $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, să se calculeze $\cos x$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

(3p) **a)** Să se determine $x, y\in\mathbf{R}$, astfel încât $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$.

(3p) **b)** Să se determine cel mai mare element al mulțimii $A=\left\{10\sqrt{3}, \sqrt{299}, 12\sqrt{2}\right\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $S=\log_2 8+\log_2 2^{-1}$.

(3p) **d)** Să se determine $x\in\mathbf{R}$, astfel încât $2^x+2^{x+1}=3$.

(3p) **e)** Să se calculeze numărul complex $\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}$.

2.Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$,

(3p) **a)** Să se calculeze $f(0)$.

(3p) **b)** Să se arate că dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală către $-\infty$ la graficul funcției f.

(3p) **c)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} x^2 f(x)$.

SUBIECTUL III (20p)

Pentru $n \in \mathbf{N}^*$, se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ și $f_n : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2007$,

$f_n(x) = (\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{de\ n\ ori\ f})(x)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(2006)$.

(4p) **b)** Să se rezolve ecuația $f(x+1) - f\left((x+1)^2\right) = -2, \quad x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(3000)$.

(2p) **d)** Să se calculeze $f_2(x), \ x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că $f_n(x) = x - n \cdot 2007$, pentru $n \in \mathbf{N}^*$ și $x \in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se determine funcția $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, astfel încât $f(g(x)) = f_3(x), \ \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că $f\left(1^3\right) + f\left(2^3\right) + \ldots + f\left(n^3\right) = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4} - 2007n, \ \forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f(x) = \dfrac{3}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+1\right)}$.

(4p) **a)** Să se demonstreze că $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1} - \dfrac{1}{x^2+4}, \ \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția *f* este descrescătoare pe $[0, \infty)$.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției *f* către $+\infty$.

(2p) **e)** Să se arate că $f(x) \le \dfrac{3}{4}, \ \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_3^4 f'(x)\,dx$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\left(f\left(\sqrt{5}\right) + f\left(\sqrt{8}\right) + f\left(\sqrt{11}\right) + \ldots + f\left(\sqrt{3n+2}\right)\right)$.